

**MASSIMI E MINIMI
NELLO SPAZIO**

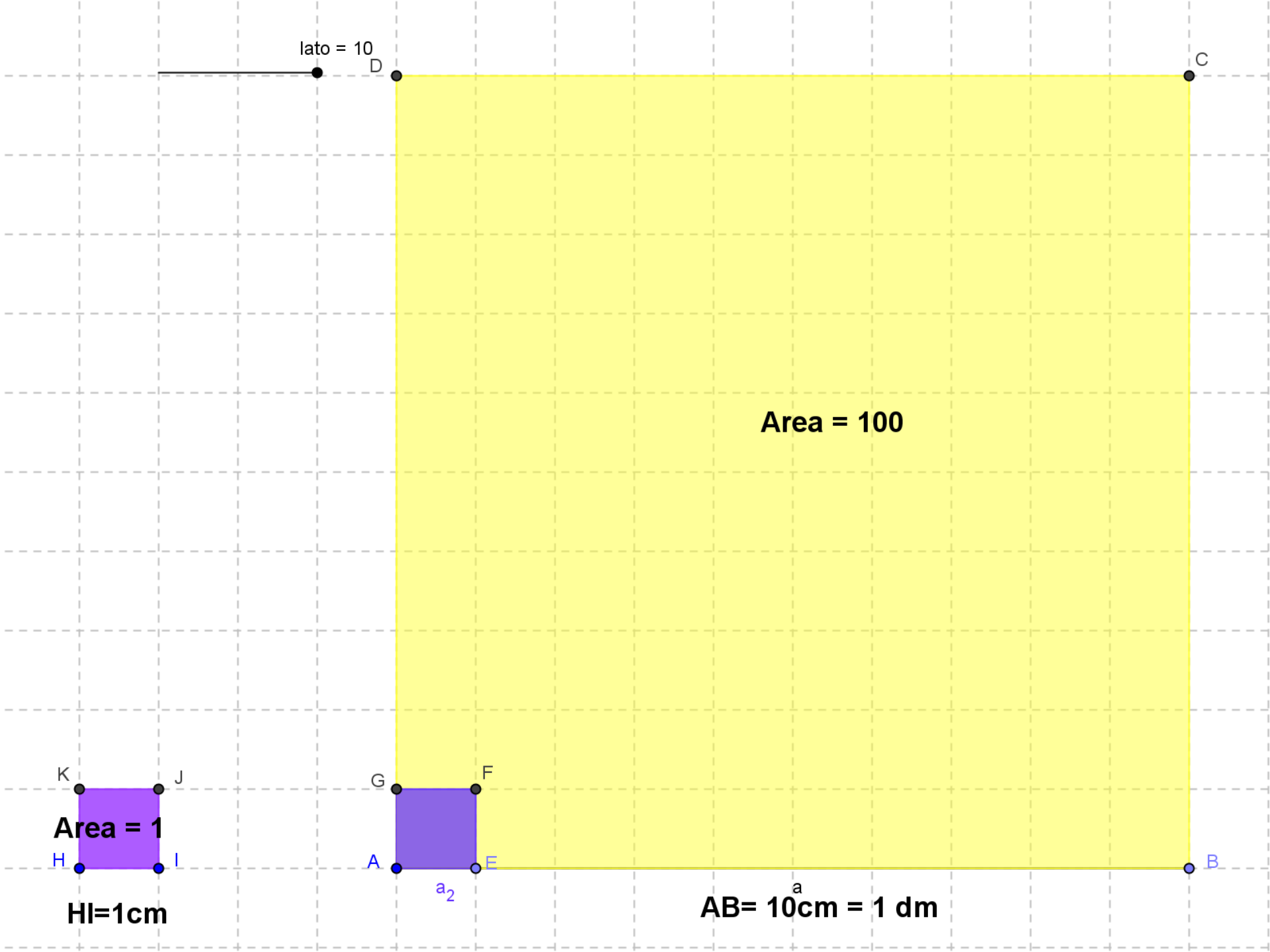
Facoltà di ingegneria, esame di scienze delle costruzioni

Professore: "Mi dica quanti litri di acqua ci sono in un metro cubo di acqua?"

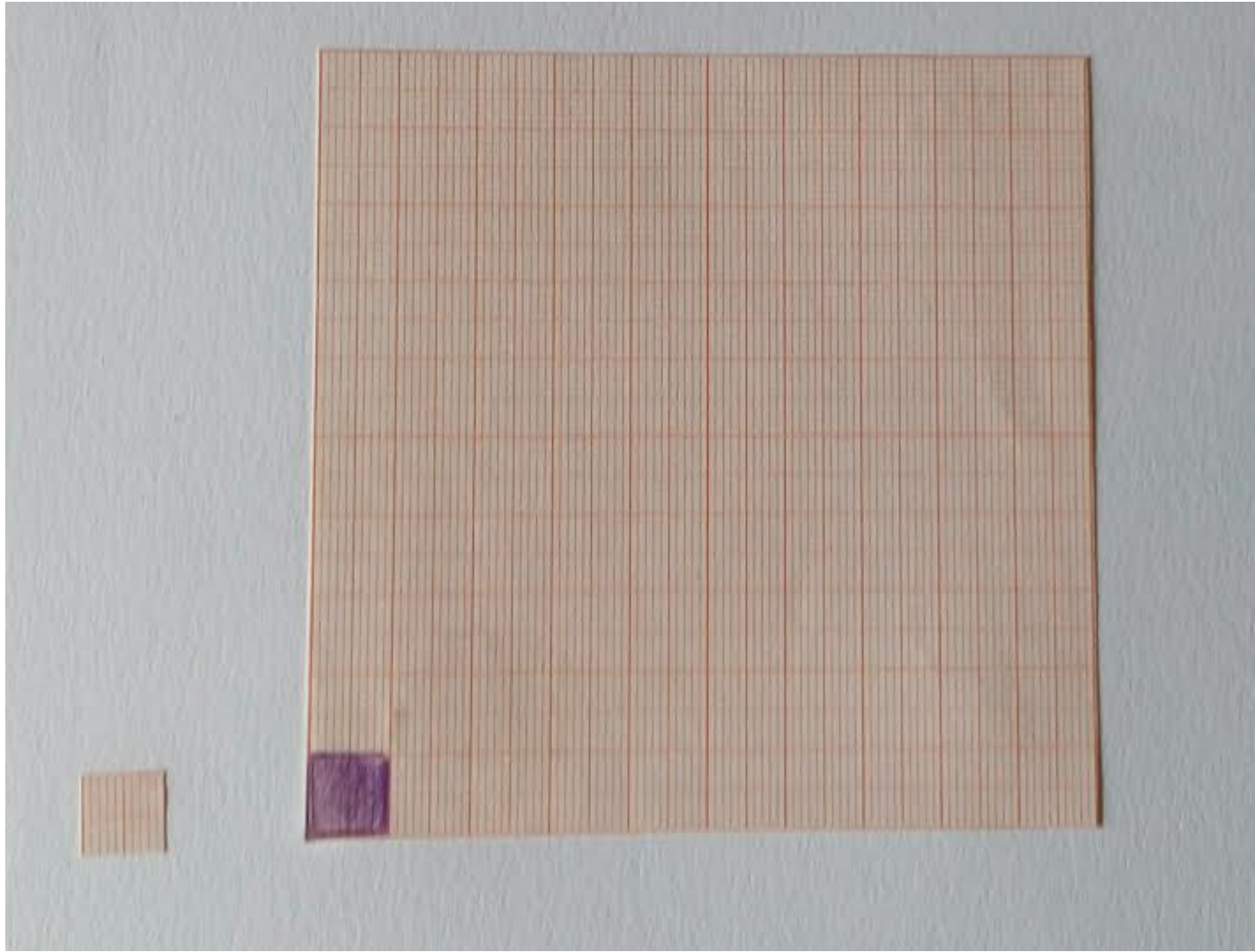
Studente: "...???"

Professore: "È meglio che lei ritorni al prossimo appello!"

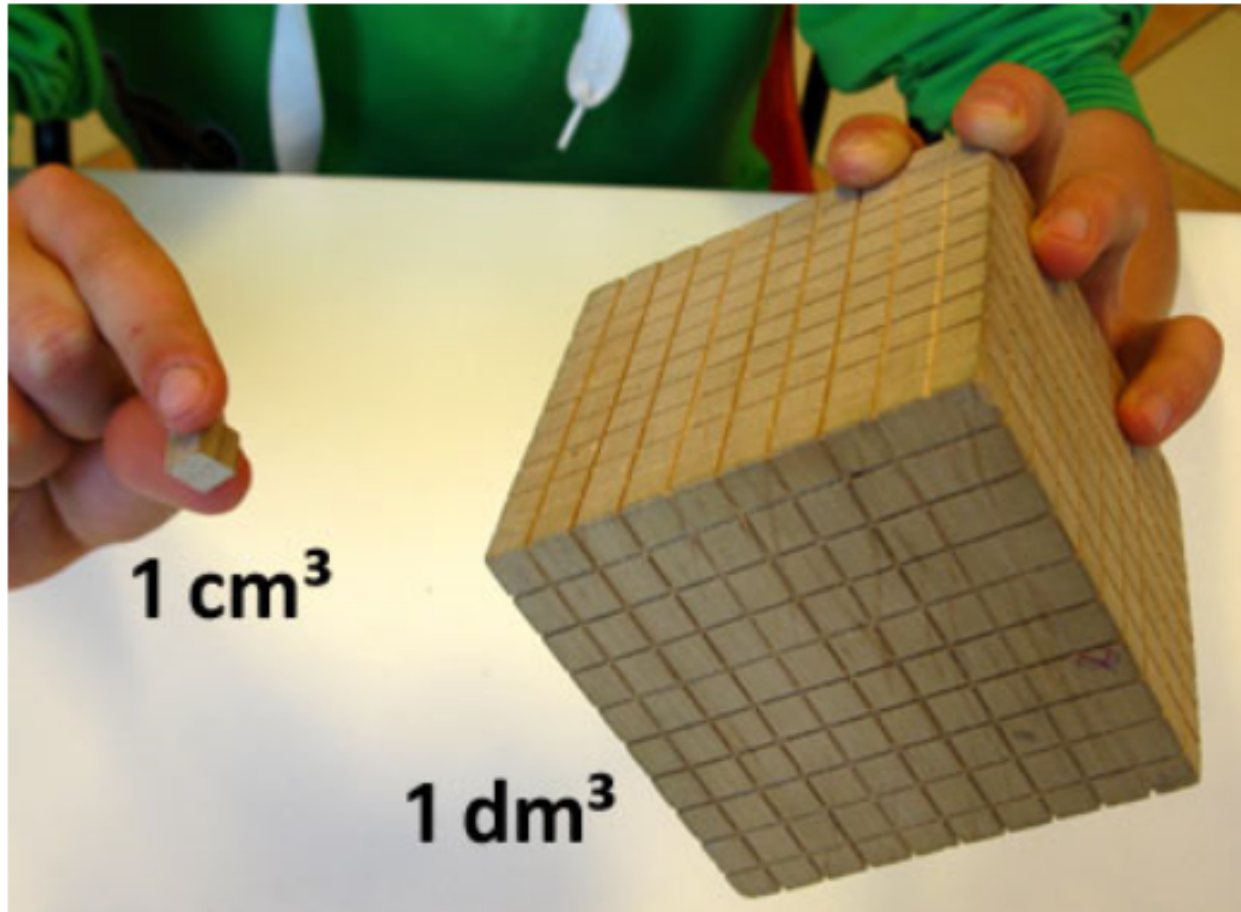


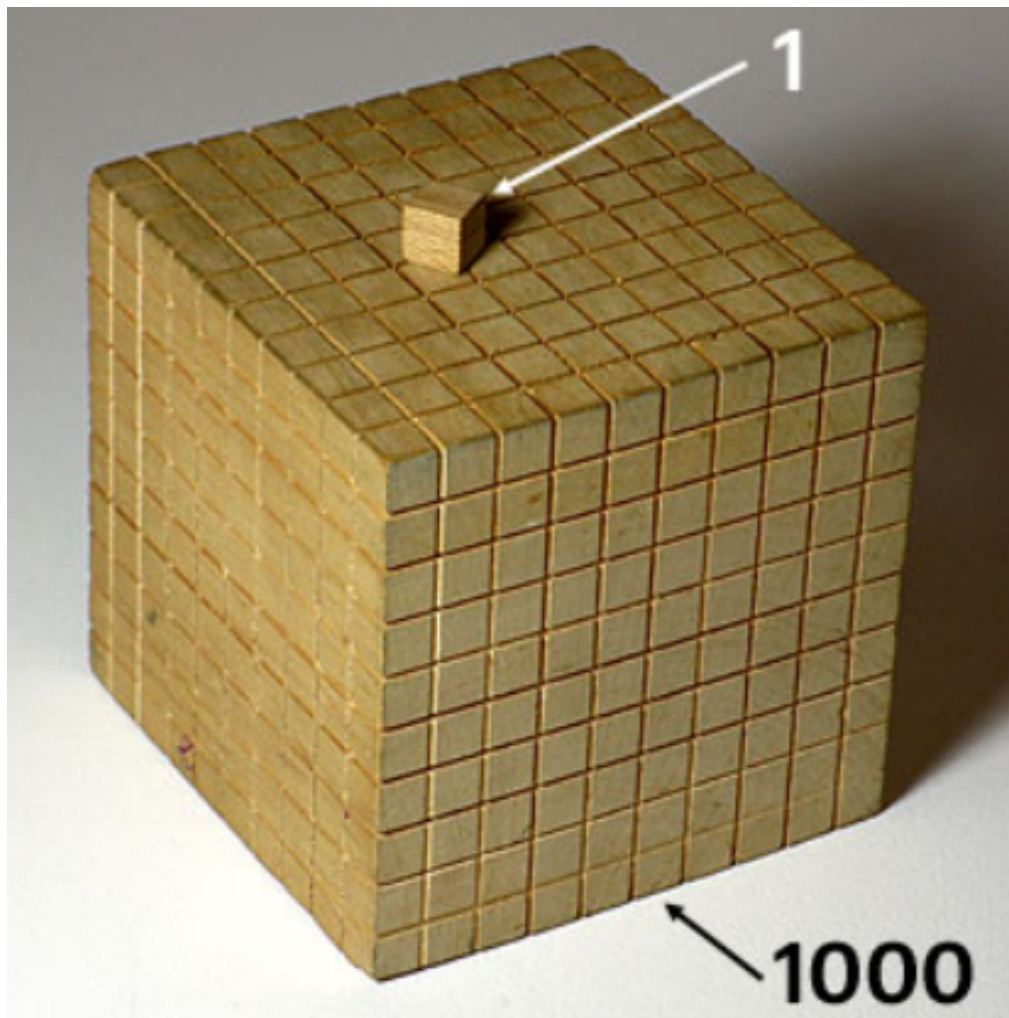


Unità di misura quadratiche

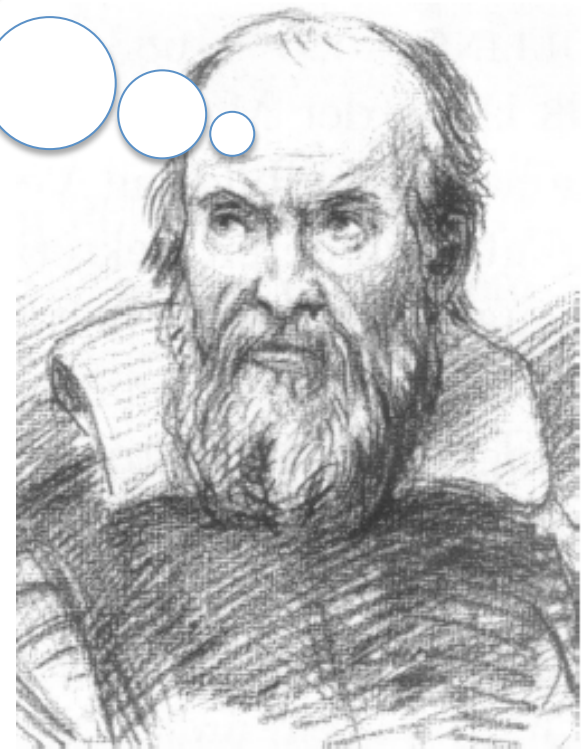


Unità di misura cubiche





“...Di qui s’intende la ragione d’un accidente che non senza meraviglia vien sentito dal popolo; ed è, come possa essere che il medesimo pezzo di tela più lungo per un verso che per l’altro, se se ne facesse un sacco da tenervi dentro del grano, come si costuma fare con un fondo di tavola, terrà più servendoci per l’altezza del sacco della minor misura della tela e con l’altra circondando la tavola del fondo, che facendo per l’opposito...”



Laboratorio 1: Parallelepipedo - Fase 1

Materiale:

- Cartoncino formato A4

Costruire quattro parallelepipedi aventi la stessa altezza(lato corto)



A superficie laterale costante e altezza costante quale parallelepipedo ha **volume massimo?**

Scrivete sul quaderno i ragionamenti che avete fatto per determinare il parallelepipedo di volume maggiore

Laboratorio 1: Parallelepipedo- Fase 2

Supponendo che il perimetro di base del parallelepipedo sia uguale a 26 cm e l'altezza sia uguale a 10 cm compilate la tabella come sotto riportata, volutamente nella tabella non sono indicate le unità di misura che dovrete inserire voi nell'intestazione delle colonne.

Evidenziate in rosso il valore massimo del volume e dite a quale parallelepipedo si riferisce e se sono corrette le supposizioni fatte in precedenza. Ricordatevi di scrivere sempre tutto

$$2p = 16\text{cm} \quad h = 10\text{cm}$$

Per compilare la tabella ti serve conoscere il valore del semiperimetro

Con **a** e **b** si indicano le dimensioni del rettangolo di base e con **c** l'altezza del parallelepipedo

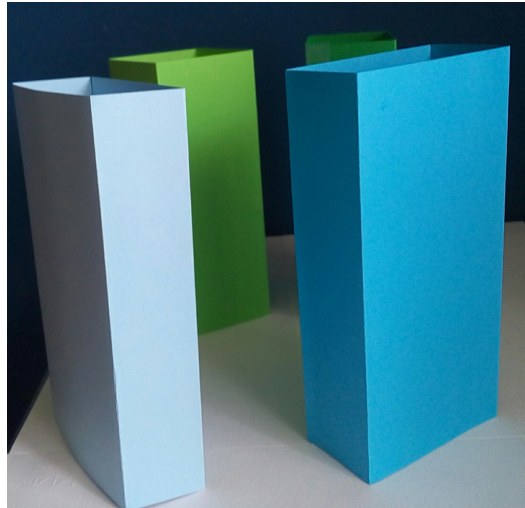
a	b	c	Volume

Laboratorio 1: Parallelepipedo- Fase 3

- 1) Riportate su un piano cartesiano i valori della tabella precedente riportando sull'asse delle ascisse la dimensione **a** e sull'asse delle ordinate il valore del **Volume**
- 2) Che curva si ottiene
- 3) Scrivi cosa rappresentano i punti che stanno sulla curva e quali informazioni si possono ricavare da essa
- 4) Prova ora a scrivere la relativa funzione

Qualche aiuto se indico $a = x$ $b =$ (ricordati come hai fatto a ricavare b per compilare la tabella) $V = y$

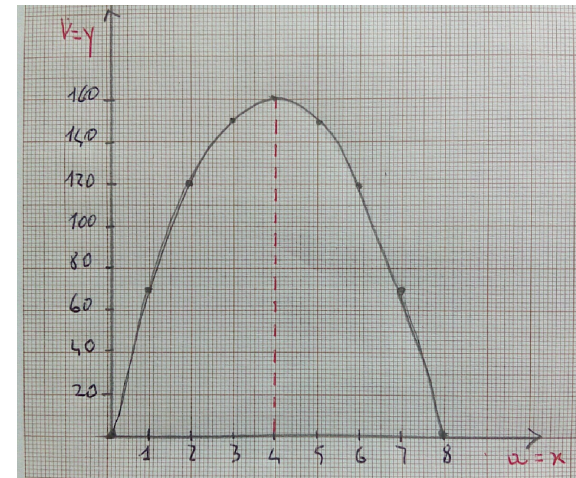
PARITA' DI SUPERFICIE VOLUME MAX



$2h = 16\text{ cm}$ $V = abc$
 $a + b = 8\text{ cm} \rightarrow c = 10\text{ cm}$

a	b	V
0	8	0
1	7	70
2	6	120
3	5	150
4	4	160
5	3	150
...
...
8	0	0

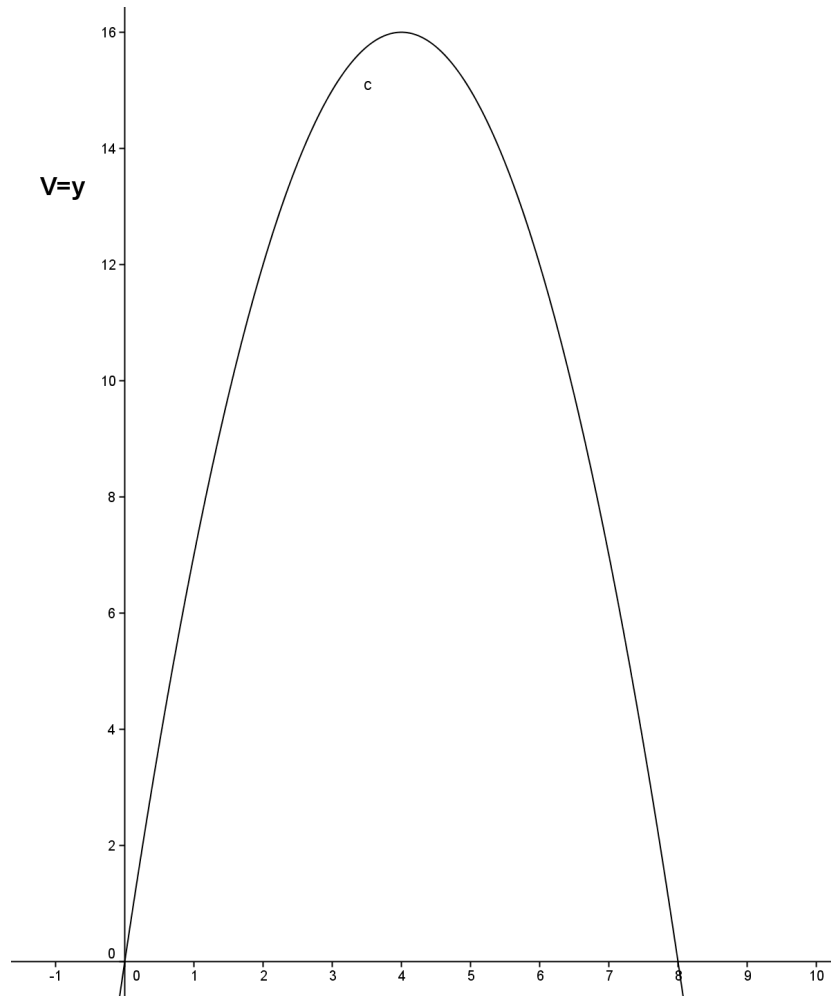
CASO LIMITE (for a=0 and a=8)
 VOLUME MASSIMO (for a=4)



Dai numeri al grafico

$$\begin{aligned} h &= 10 \text{ cm} & 2p &= 16 \text{ cm} \\ p &= 8 \text{ cm} & a &= x & b &= 8 - x \\ V &= abh & \longrightarrow & x(8-x)*10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{relazione algebrica} & \quad V = 80x - 10x^2 \\ \text{funzione} & \quad y = 80x - 10x^2 \end{aligned}$$



Prismi

Materiale:

- Cartoncino formato A4
- Ceci, pallini.....

Costruire tre prismi aventi la stessa altezza

A **parità di superficie laterale**
quale prisma ha
volume massimo?

Parallelepipedo

A **superficie totale costante**
quale parallelepipedo ha
volume massimo?

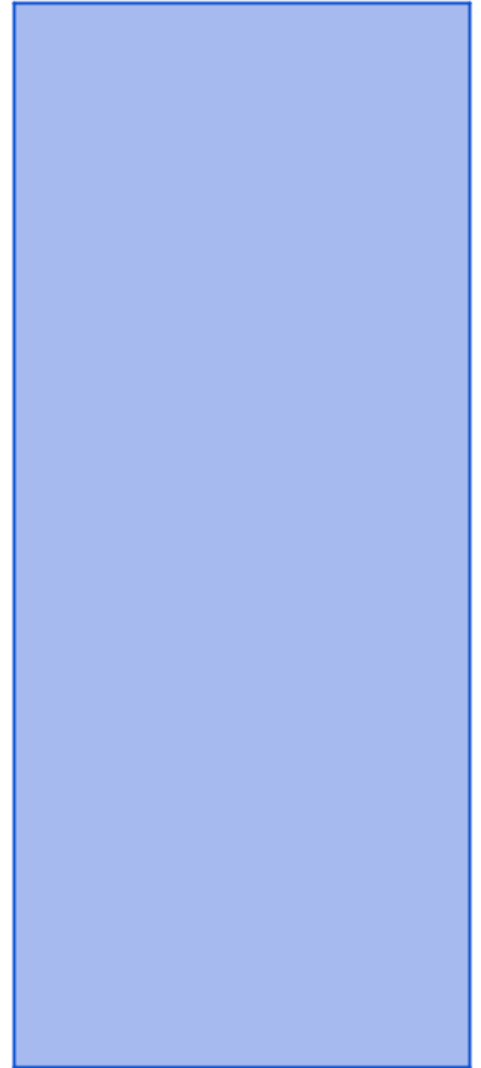
Superficie totale 54 cm ²	a	b	c	V
Solido 1				
Solido 2				
Solido 3				
Solido 4				
Solido 5				

Superficie totale 54 cm²	a	b	c	V
Solido 1	1	1	13	13
Solido 2	1	2	12,5	25
Solido 3	2	2	5,75	23
Solido 4				
Solido 5	3	3	3	27

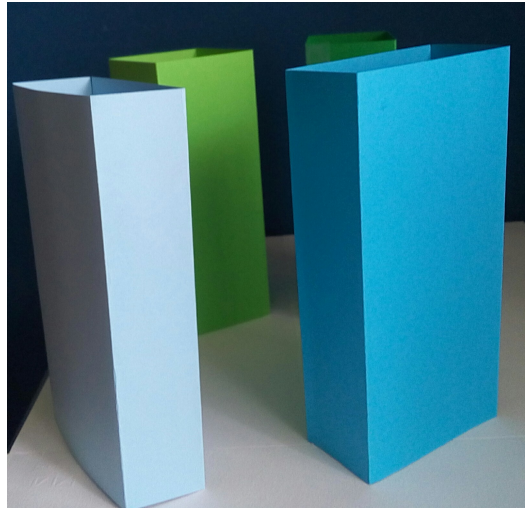
Laboratorio 1: Parallelepipedo



A **superficie laterale costante**
e altezza diversa quale
parallelepipedo ha **volume**
massimo?



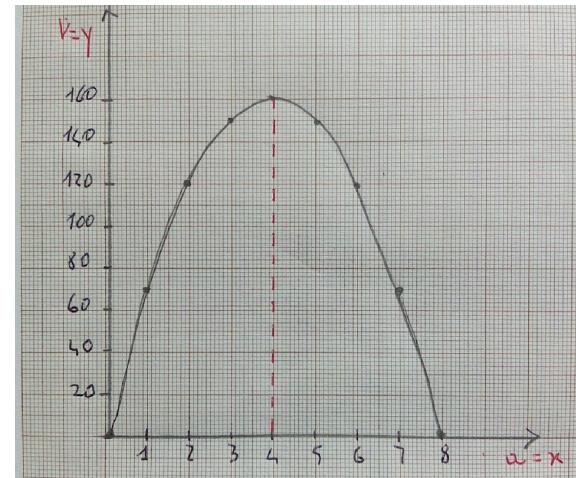
PARITA' DI SUPERFICIE VOLUME MAX



$2h = 16\text{cm}$ $V = abc$
 $a + b = 8\text{cm} \rightarrow c = 10\text{cm}$

a	b	V
0	8	0
1	7	70
2	6	120
3	5	150
4	4	160
5	3	150
...
...
8	0	0

CASO LIMITE (for a=0 and a=8)
 VOLUME MASSIMO (for a=4)



Laboratorio 2: cilindro

Materiale:

- Cartoncino formato A4
- Ceci, pallini.....

Costruire due cilindri uno avente come altezza il lato lungo e uno avente come altezza il lato corto

A **parità di superficie laterale**
quale **cilindro** ha **volume**
massimo?

Laboratorio 3: Parallelepipedi

volume costante



Superficie totale minima

Materiali

- Cubetti di legno o costruiti con tecnica origami

Costruire 3 parallelepipedi → volume 8 cubetti

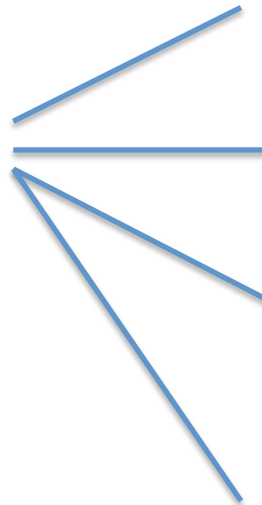
PARITA' DI VOLUME SUPERFICIE MINIMA



SI costante



V_{max}



Parallelepipedo stessa altezza, base quadrata V_{max}

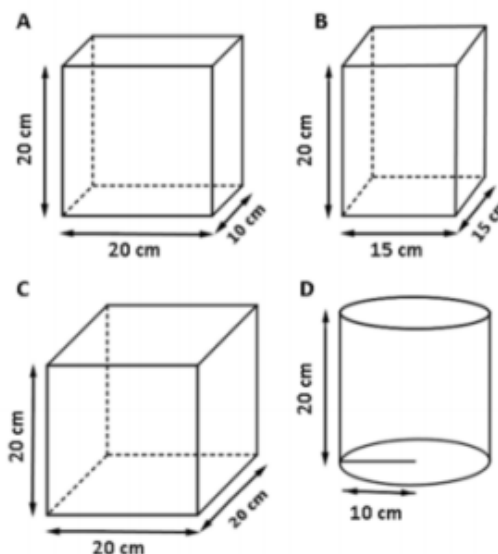
Prismi stessa altezza
cilindro V_{max}

Parallelepipedo altezze diverse
Base quadrata con $h < h_{max}$

Prismi con altezza diversa
Cilindro con $h < h_{max}$

Domanda

D13. Si versa 1 litro di acqua in ognuno dei contenitori qui rappresentati



In quale contenitore l'acqua raggiungerà il livello più alto?

- A. ☐ Nel contenitore A
- B. ☐ Nel contenitore B
- C. ☐ Nel contenitore C
- D. ☐ Nel contenitore D

Caratteristiche**AMBITO PREVALENTE**

Spazio e figure

SCOPO DELLA DOMANDA

Individuare la relazione fra volume e area di base di cilindri e parallelepipedi

PROCESSO PREVALENTE

Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica

Indicazioni nazionali

Traguardi - Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi

Obiettivi - *Risolvere problemi utilizzando le proprietà geometriche delle figure*

DIMENSIONE Conoscere

RISULTATI DEL CAMPIONE

	Manc. Risp.	Opzioni			
		A	B	C	D
D13	0,5%	19,6%	25,9%	24,4%	29,6%

Descrizione e commento**BLOCCO B**

Risposta corretta: A

L'alunno deve indicare in quale contenitore uno stesso volume di acqua raggiungerà una maggior altezza. I contenitori, che si differenziano per forma o per dimensioni della base, rispettano però tutti la stessa relazione tra volume (V), area di base (A) e altezza (H): $V = A \cdot H$

Pertanto, a parità di volume, una minore area di base implica una maggior altezza.

Opzione A. L'area di base è $20 \times 10 = 200 \text{ cm}^2$

Opzione B. L'area di base è $15 \times 15 = 225 \text{ cm}^2$

Opzione C. L'area di base è $20 \times 20 = 400 \text{ cm}^2$

Opzione D. L'area di base è circa $10 \times 10 \times 3,14 = 314 \text{ cm}^2$

I contenitori in figura hanno tutti un'altezza di 20 cm e questo consente di non avere ambiguità nella comprensione dell'espressione "il livello più alto".